

# KONEČNÁ TĚLESA

PAVEL JAHODA

Prezentace pro přednášku v rámci matematického semináře DiMaS.



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ  
Svět vědy CZ 1.07/2.3.00/35.0018



▶ Cíl:

- ▶ **Cíl:** Vytvořit množinu dokonalých rozdílů o  $p^n + 1$  prvcích.

- ▶ **Cíl:** Vytvořit množinu dokonalých rozdílů o  $p^n + 1$  prvcích.
- ▶ **Prostředky:**

- ▶ **Cíl:** Vytvořit množinu dokonalých rozdílů o  $p^n + 1$  prvcích.
- ▶ **Prostředky:**
  - ▶ **Primitivní ireducibilní polynom 3. stupně nad  $GF(p^n)$ .**

- ▶ **Cíl:** Vytvořit množinu dokonalých rozdílů o  $p^n + 1$  prvcích.
- ▶ **Prostředky:**
  - ▶ **Primitivní ireducibilní polynom 3. stupně nad  $GF(p^n)$ .**
  - ▶ **Tabulka sčítání a násobení v  $GF(p^n)$ .**

Př.:



**Př.:**

Vytvořte p.d.s. o  $5^1 + 1$  prvcích.

**Př.:**

Vytvořte p.d.s. o  $5^1 + 1$  prvcích.

Budeme potřebovat primitivní ireducibilní polynom třetího stupně nad  $GF(5^1) = \mathbb{Z}_5$

## Př.:

Vytvořte p.d.s. o  $5^1 + 1$  prvcích.

Budeme potřebovat primitivní ireducibilní polynom třetího stupně nad  $GF(5^1) = \mathbb{Z}_5$

Například:

$$x^3 + x + 1$$

## Př.:

Vytvořte p.d.s. o  $5^1 + 1$  prvcích.

Budeme potřebovat primitivní ireducibilní polynom třetího stupně nad  $GF(5^1) = \mathbb{Z}_5$

Například:

$$x^3 + x + 1$$

Prvky z  $GF(5^3)$  potom můžeme chápat jako prvky ve tvaru

$$a\lambda^2 + b\lambda + c,$$

kde  $a, b, c \in GF(5^1) = \mathbb{Z}_5$  a

## Př.:

Vytvořte p.d.s. o  $5^1 + 1$  prvcích.

Budeme potřebovat primitivní ireducibilní polynom třetího stupně nad  $GF(5^1) = \mathbb{Z}_5$

Například:

$$x^3 + x + 1$$

Prvky z  $GF(5^3)$  potom můžeme chápat jako prvky ve tvaru

$$a\lambda^2 + b\lambda + c,$$

kde  $a, b, c \in GF(5^1) = \mathbb{Z}_5$  a  $\lambda$  splňuje podmínku

$$\lambda^3 + \lambda + 1 = 0 \in GF(5^3)$$

## Násobení a sčítání v $GF(5^1) = \mathbb{Z}_5$

| + | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 0 |
| 2 | 2 | 3 | 4 | 0 | 1 |
| 3 | 3 | 4 | 0 | 1 | 2 |
| 4 | 4 | 0 | 1 | 2 | 3 |

| · | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 2 | 0 | 2 | 4 | 1 | 3 |
| 3 | 0 | 3 | 1 | 4 | 2 |
| 4 | 0 | 4 | 3 | 2 | 1 |

Určíme mocniny prvku  $\lambda$

Určíme mocniny prvku  $\lambda$

$$\lambda^i = x_1 \lambda^2 + x_2 \lambda + x_3$$



Určíme mocniny prvku  $\lambda$

$$\lambda^i = x_1 \lambda^2 + x_2 \lambda + x_3$$

$$\lambda^{i+1} = \lambda(x_1 \lambda^2 + x_2 \lambda + x_3)$$

Určíme mocniny prvku  $\lambda$

$$\lambda^i = x_1 \lambda^2 + x_2 \lambda + x_3$$

$$\lambda^{i+1} = \lambda(x_1 \lambda^2 + x_2 \lambda + x_3)$$

$$\lambda^{i+1} = x_1 \lambda^3 + x_2 \lambda^2 + x_3 \lambda$$

Určíme mocniny prvku  $\lambda$

$$\lambda^i = x_1 \lambda^2 + x_2 \lambda + x_3$$

$$\lambda^{i+1} = \lambda(x_1 \lambda^2 + x_2 \lambda + x_3)$$

$$\lambda^{i+1} = x_1 \lambda^3 + x_2 \lambda^2 + x_3 \lambda - x_1 \underbrace{(\lambda^3 + \lambda + 1)}_{=0}$$

Určíme mocniny prvku  $\lambda$

$$\lambda^i = x_1 \lambda^2 + x_2 \lambda + x_3$$

$$\lambda^{i+1} = \lambda(x_1 \lambda^2 + x_2 \lambda + x_3)$$

$$\lambda^{i+1} = x_1 \lambda^3 + x_2 \lambda^2 + x_3 \lambda - x_1 \underbrace{(\lambda^3 + \lambda + 1)}_{=0}$$

$$\lambda^{i+1} = x_2 \lambda^2 + (x_3 - x_1) \lambda - x_1$$

Určíme mocniny prvku  $\lambda$

$$\lambda^i = x_1 \lambda^2 + x_2 \lambda + x_3$$

$$\lambda^{i+1} = \lambda(x_1 \lambda^2 + x_2 \lambda + x_3)$$

$$\lambda^{i+1} = x_1 \lambda^3 + x_2 \lambda^2 + x_3 \lambda - x_1 \underbrace{(\lambda^3 + \lambda + 1)}_{=0}$$

$$\lambda^{i+1} = x_2 \lambda^2 + (x_3 - x_1) \lambda - x_1$$

Určíme mocniny prvku  $\lambda$

$$\lambda^i = x_1 \lambda^2 + x_2 \lambda + x_3$$

$$\lambda^{i+1} = \lambda(x_1 \lambda^2 + x_2 \lambda + x_3)$$

$$\lambda^{i+1} = x_1 \lambda^3 + x_2 \lambda^2 + x_3 \lambda - x_1 \underbrace{(\lambda^3 + \lambda + 1)}_{=0}$$

$$\lambda^{i+1} = x_2 \lambda^2 + (x_3 - x_1) \lambda - x_1$$

Souřadnicový zápis:  $\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow$

Určíme mocniny prvku  $\lambda$

$$\lambda^i = x_1 \lambda^2 + x_2 \lambda + x_3$$

$$\lambda^{i+1} = \lambda(x_1 \lambda^2 + x_2 \lambda + x_3)$$

$$\lambda^{i+1} = x_1 \lambda^3 + x_2 \lambda^2 + x_3 \lambda - x_1 \underbrace{(\lambda^3 + \lambda + 1)}_{=0}$$

$$\lambda^{i+1} = x_2 \lambda^2 + (x_3 - x_1) \lambda - x_1$$

Souřadnicový zápis:  $\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2, x_3 - x_1, -x_1)$ .

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $5^1 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2, x_3 - x_1, -x_1).$$



**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $5^1 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2, x_3 - x_1, -x_1).$$

$$\lambda^0 = (0, 0, 1)$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $5^1 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2, x_3 - x_1, -x_1).$$

$$\begin{aligned} \lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \end{aligned}$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $5^1 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2, x_3 - x_1, -x_1).$$

$$\lambda^0 = (0, 0, 1)$$

$$\lambda^1 = (0, 1, 0)$$

$$\lambda^2 = (1, 0, 0)$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $5^1 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2, x_3 - x_1, -x_1).$$

$$\lambda^0 = (0, 0, 1)$$

$$\lambda^1 = (0, 1, 0)$$

$$\lambda^2 = (1, 0, 0)$$

$$\lambda^3 = (0, -1, -1)$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $5^1 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2, x_3 - x_1, -x_1).$$

$$\begin{aligned}\lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \\ \lambda^2 &= (1, 0, 0) \\ \lambda^3 &= (0, -1, -1) \\ \lambda^4 &= (-1, -1, 0)\end{aligned}$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $5^1 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2, x_3 - x_1, -x_1).$$

$$\begin{aligned}\lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \\ \lambda^2 &= (1, 0, 0) \\ \lambda^3 &= (0, -1, -1) \\ \lambda^4 &= (-1, -1, 0) \\ \lambda^5 &= (-1, 1, 1)\end{aligned}$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $5^1 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2, x_3 - x_1, -x_1).$$

$$\lambda^0 = (0, 0, 1)$$

$$\lambda^1 = (0, 1, 0)$$

$$\lambda^2 = (1, 0, 0)$$

$$\lambda^3 = (0, -1, -1)$$

$$\lambda^4 = (-1, -1, 0)$$

$$\lambda^5 = (-1, 1, 1)$$

$$\lambda^6 = (1, 2, 1)$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $5^1 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2, x_3 - x_1, -x_1).$$

$$\lambda^0 = (0, 0, 1)$$

$$\lambda^1 = (0, 1, 0)$$

$$\lambda^2 = (1, 0, 0)$$

$$\lambda^3 = (0, -1, -1)$$

$$\lambda^4 = (-1, -1, 0)$$

$$\lambda^5 = (-1, 1, 1)$$

$$\lambda^6 = (1, 2, 1)$$

$$\lambda^7 = (2, 0, -1)$$



**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $5^1 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2, x_3 - x_1, -x_1).$$

$$\lambda^0 = (0, 0, 1)$$

$$\lambda^1 = (0, 1, 0)$$

$$\lambda^2 = (1, 0, 0)$$

$$\lambda^3 = (0, -1, -1)$$

$$\lambda^4 = (-1, -1, 0)$$

$$\lambda^5 = (-1, 1, 1)$$

$$\lambda^6 = (1, 2, 1)$$

$$\lambda^7 = (2, 0, -1)$$

$$\lambda^8 = (0, -3, -2)$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $5^1 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2, x_3 - x_1, -x_1).$$

$$\lambda^0 = (0, 0, 1)$$

$$\lambda^1 = (0, 1, 0)$$

$$\lambda^2 = (1, 0, 0)$$

$$\lambda^3 = (0, -1, -1)$$

$$\lambda^4 = (-1, -1, 0)$$

$$\lambda^5 = (-1, 1, 1)$$

$$\lambda^6 = (1, 2, 1)$$

$$\lambda^7 = (2, 0, -1)$$

$$\lambda^8 = (0, -3, -2)$$

$$\lambda^9 = (-3, -2, 0)$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $5^1 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2, x_3 - x_1, -x_1).$$

$$\lambda^0 = (0, 0, 1)$$

$$\lambda^1 = (0, 1, 0)$$

$$\lambda^2 = (1, 0, 0)$$

$$\lambda^3 = (0, -1, -1)$$

$$\lambda^4 = (-1, -1, 0)$$

$$\lambda^5 = (-1, 1, 1)$$

$$\lambda^6 = (1, 2, 1)$$

$$\lambda^7 = (2, 0, -1)$$

$$\lambda^8 = (0, -3, -2)$$

$$\lambda^9 = (-3, -2, 0)$$

$$\lambda^{10} = (-2, 3, 3)$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $5^1 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2, x_3 - x_1, -x_1).$$

$$\begin{aligned}\lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \\ \lambda^2 &= (1, 0, 0) \\ \lambda^3 &= (0, -1, -1) \\ \lambda^4 &= (-1, -1, 0) \\ \lambda^5 &= (-1, 1, 1) \\ \lambda^6 &= (1, 2, 1) \\ \lambda^7 &= (2, 0, -1) \\ \lambda^8 &= (0, -3, -2) \\ \lambda^9 &= (-3, -2, 0) \\ \lambda^{10} &= (-2, 3, 3) \\ \lambda^{11} &= (3, 0, 2)\end{aligned}$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $5^1 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2, x_3 - x_1, -x_1).$$

$$\begin{aligned}\lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \\ \lambda^2 &= (1, 0, 0) \\ \lambda^3 &= (0, -1, -1) \\ \lambda^4 &= (-1, -1, 0) \\ \lambda^5 &= (-1, 1, 1) \\ \lambda^6 &= (1, 2, 1) \\ \lambda^7 &= (2, 0, -1) \\ \lambda^8 &= (0, -3, -2) \\ \lambda^9 &= (-3, -2, 0) \\ \lambda^{10} &= (-2, 3, 3) \\ \lambda^{11} &= (3, 0, 2) \\ \lambda^{12} &= (0, -1, -3)\end{aligned}$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $5^1 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2, x_3 - x_1, -x_1).$$

$$\begin{aligned}\lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \\ \lambda^2 &= (1, 0, 0) \\ \lambda^3 &= (0, -1, -1) \\ \lambda^4 &= (-1, -1, 0) \\ \lambda^5 &= (-1, 1, 1) \\ \lambda^6 &= (1, 2, 1) \\ \lambda^7 &= (2, 0, -1) \\ \lambda^8 &= (0, -3, -2) \\ \lambda^9 &= (-3, -2, 0) \\ \lambda^{10} &= (-2, 3, 3) \\ \lambda^{11} &= (3, 0, 2) \\ \lambda^{12} &= (0, -1, -3) \\ \lambda^{13} &= (-1, -3, 0)\end{aligned}$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $5^1 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2, x_3 - x_1, -x_1).$$

$$\begin{aligned}\lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \\ \lambda^2 &= (1, 0, 0) \\ \lambda^3 &= (0, -1, -1) \\ \lambda^4 &= (-1, -1, 0) \\ \lambda^5 &= (-1, 1, 1) \\ \lambda^6 &= (1, 2, 1) \\ \lambda^7 &= (2, 0, -1) \\ \lambda^8 &= (0, -3, -2) \\ \lambda^9 &= (-3, -2, 0) \\ \lambda^{10} &= (-2, 3, 3) \\ \lambda^{11} &= (3, 0, 2) \\ \lambda^{12} &= (0, -1, -3) \\ \lambda^{13} &= (-1, -3, 0) \\ \lambda^{14} &= (-3, 1, 1)\end{aligned}$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $5^1 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2, x_3 - x_1, -x_1).$$

$$\begin{aligned} \lambda^0 &= ( 0 , 0 , 1 ) \\ \lambda^1 &= ( 0 , 1 , 0 ) \\ \lambda^2 &= ( 1 , 0 , 0 ) \\ \lambda^3 &= ( 0 , -1 , -1 ) \\ \lambda^4 &= ( -1 , -1 , 0 ) \\ \lambda^5 &= ( -1 , 1 , 1 ) \\ \lambda^6 &= ( 1 , 2 , 1 ) \\ \lambda^7 &= ( 2 , 0 , -1 ) \\ \lambda^8 &= ( 0 , -3 , -2 ) \\ \lambda^9 &= ( -3 , -2 , 0 ) \\ \lambda^{10} &= ( -2 , 3 , 3 ) \\ \lambda^{11} &= ( 3 , 0 , 2 ) \\ \lambda^{12} &= ( 0 , -1 , -3 ) \\ \lambda^{13} &= ( -1 , -3 , 0 ) \\ \lambda^{14} &= ( -3 , 1 , 1 ) \\ \lambda^{15} &= ( 1 , 4 , 3 ) \end{aligned}$$



**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $5^1 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2, x_3 - x_1, -x_1).$$

$$\begin{aligned}\lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \\ \lambda^2 &= (1, 0, 0) \\ \lambda^3 &= (0, -1, -1) \\ \lambda^4 &= (-1, -1, 0) \\ \lambda^5 &= (-1, 1, 1) \\ \lambda^6 &= (1, 2, 1) \\ \lambda^7 &= (2, 0, -1) \\ \lambda^8 &= (0, -3, -2) \\ \lambda^9 &= (-3, -2, 0) \\ \lambda^{10} &= (-2, 3, 3) \\ \lambda^{11} &= (3, 0, 2) \\ \lambda^{12} &= (0, -1, -3) \\ \lambda^{13} &= (-1, -3, 0) \\ \lambda^{14} &= (-3, 1, 1) \\ \lambda^{15} &= (1, 4, 3) \\ \lambda^{16} &= (4, 2, -1)\end{aligned}$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $5^1 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2, x_3 - x_1, -x_1).$$

$$\begin{aligned} \lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \\ \lambda^2 &= (1, 0, 0) \\ \lambda^3 &= (0, -1, -1) \\ \lambda^4 &= (-1, -1, 0) \\ \lambda^5 &= (-1, 1, 1) \\ \lambda^6 &= (1, 2, 1) \\ \lambda^7 &= (2, 0, -1) \\ \lambda^8 &= (0, -3, -2) \\ \lambda^9 &= (-3, -2, 0) \\ \lambda^{10} &= (-2, 3, 3) \\ \lambda^{11} &= (3, 0, 2) \\ \lambda^{12} &= (0, -1, -3) \\ \lambda^{13} &= (-1, -3, 0) \\ \lambda^{14} &= (-3, 1, 1) \\ \lambda^{15} &= (1, 4, 3) \\ \lambda^{16} &= (4, 2, -1) \\ \lambda^{17} &= (2, 0, -4) \end{aligned}$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $5^1 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2, x_3 - x_1, -x_1).$$

$$\begin{aligned} \lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \\ \lambda^2 &= (1, 0, 0) \\ \lambda^3 &= (0, -1, -1) \\ \lambda^4 &= (-1, -1, 0) \\ \lambda^5 &= (-1, 1, 1) \\ \lambda^6 &= (1, 2, 1) \\ \lambda^7 &= (2, 0, -1) \\ \lambda^8 &= (0, -3, -2) \\ \lambda^9 &= (-3, -2, 0) \\ \lambda^{10} &= (-2, 3, 3) \\ \lambda^{11} &= (3, 0, 2) \\ \lambda^{12} &= (0, -1, -3) \\ \lambda^{13} &= (-1, -3, 0) \\ \lambda^{14} &= (-3, 1, 1) \\ \lambda^{15} &= (1, 4, 3) \\ \lambda^{16} &= (4, 2, -1) \\ \lambda^{17} &= (2, 0, -4) \\ \lambda^{18} &= (0, -1, -2) \end{aligned}$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $5^1 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2, x_3 - x_1, -x_1).$$

$$\begin{aligned} \lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \\ \lambda^2 &= (1, 0, 0) \\ \lambda^3 &= (0, -1, -1) \\ \lambda^4 &= (-1, -1, 0) \\ \lambda^5 &= (-1, 1, 1) \\ \lambda^6 &= (1, 2, 1) \\ \lambda^7 &= (2, 0, -1) \\ \lambda^8 &= (0, -3, -2) \\ \lambda^9 &= (-3, -2, 0) \\ \lambda^{10} &= (-2, 3, 3) \\ \lambda^{11} &= (3, 0, 2) \\ \lambda^{12} &= (0, -1, -3) \\ \lambda^{13} &= (-1, -3, 0) \\ \lambda^{14} &= (-3, 1, 1) \\ \lambda^{15} &= (1, 4, 3) \\ \lambda^{16} &= (4, 2, -1) \\ \lambda^{17} &= (2, 0, -4) \\ \lambda^{18} &= (0, -1, -2) \end{aligned}$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $5^1 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2, x_3 - x_1, -x_1).$$

$$\begin{aligned} \lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \\ \lambda^2 &= (1, 0, 0) \\ \lambda^3 &= (0, -1, -1) \\ \lambda^4 &= (-1, -1, 0) \\ \lambda^5 &= (-1, 1, 1) \\ \lambda^6 &= (1, 2, 1) \\ \lambda^7 &= (2, 0, -1) \\ \lambda^8 &= (0, -3, -2) \\ \lambda^9 &= (-3, -2, 0) \\ \lambda^{10} &= (-2, 3, 3) \\ \lambda^{11} &= (3, 0, 2) \\ \lambda^{12} &= (0, -1, -3) \\ \lambda^{13} &= (-1, -3, 0) \\ \lambda^{14} &= (-3, 1, 1) \\ \lambda^{15} &= (1, 4, 3) \\ \lambda^{16} &= (4, 2, -1) \\ \lambda^{17} &= (2, 0, -4) \\ \lambda^{18} &= (0, -1, -2) \end{aligned}$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $5^1 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2, x_3 - x_1, -x_1).$$

$$\begin{aligned} \lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \\ \lambda^2 &= (1, 0, 0) \\ \lambda^3 &= (0, -1, -1) \\ \lambda^4 &= (-1, -1, 0) \\ \lambda^5 &= (-1, 1, 1) \\ \lambda^6 &= (1, 2, 1) \\ \lambda^7 &= (2, 0, -1) \\ \lambda^8 &= (0, -3, -2) \\ \lambda^9 &= (-3, -2, 0) \\ \lambda^{10} &= (-2, 3, 3) \\ \lambda^{11} &= (3, 0, 2) \\ \lambda^{12} &= (0, -1, -3) \\ \lambda^{13} &= (-1, -3, 0) \\ \lambda^{14} &= (-3, 1, 1) \\ \lambda^{15} &= (1, 4, 3) \\ \lambda^{16} &= (4, 2, -1) \\ \lambda^{17} &= (2, 0, -4) \\ \lambda^{18} &= (0, -1, -2) \end{aligned}$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $5^1 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2, x_3 - x_1, -x_1).$$

$$\begin{aligned} \lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \\ \lambda^2 &= (1, 0, 0) \\ \lambda^3 &= (0, -1, -1) \\ \lambda^4 &= (-1, -1, 0) \\ \lambda^5 &= (-1, 1, 1) \\ \lambda^6 &= (1, 2, 1) \\ \lambda^7 &= (2, 0, -1) \\ \lambda^8 &= (0, -3, -2) \\ \lambda^9 &= (-3, -2, 0) \\ \lambda^{10} &= (-2, 3, 3) \\ \lambda^{11} &= (3, 0, 2) \\ \lambda^{12} &= (0, -1, -3) \\ \lambda^{13} &= (-1, -3, 0) \\ \lambda^{14} &= (-3, 1, 1) \\ \lambda^{15} &= (1, 4, 3) \\ \lambda^{16} &= (4, 2, -1) \\ \lambda^{17} &= (2, 0, -4) \\ \lambda^{18} &= (0, -1, -2) \end{aligned}$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $5^1 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2, x_3 - x_1, -x_1).$$

$$\begin{aligned} \lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \\ \lambda^2 &= (1, 0, 0) \\ \lambda^3 &= (0, -1, -1) \\ \lambda^4 &= (-1, -1, 0) \\ \lambda^5 &= (-1, 1, 1) \\ \lambda^6 &= (1, 2, 1) \\ \lambda^7 &= (2, 0, -1) \\ \lambda^8 &= (0, -3, -2) \\ \lambda^9 &= (-3, -2, 0) \\ \lambda^{10} &= (-2, 3, 3) \\ \lambda^{11} &= (3, 0, 2) \\ \lambda^{12} &= (0, -1, -3) \\ \lambda^{13} &= (-1, -3, 0) \\ \lambda^{14} &= (-3, 1, 1) \\ \lambda^{15} &= (1, 4, 3) \\ \lambda^{16} &= (4, 2, -1) \\ \lambda^{17} &= (2, 0, -4) \\ \lambda^{18} &= (0, -1, -2) \end{aligned}$$



**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $5^1 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2, x_3 - x_1, -x_1).$$

$$\begin{aligned} \lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \\ \lambda^2 &= (1, 0, 0) \\ \lambda^3 &= (0, -1, -1) \\ \lambda^4 &= (-1, -1, 0) \\ \lambda^5 &= (-1, 1, 1) \\ \lambda^6 &= (1, 2, 1) \\ \lambda^7 &= (2, 0, -1) \\ \lambda^8 &= (0, -3, -2) \\ \lambda^9 &= (-3, -2, 0) \\ \lambda^{10} &= (-2, 3, 3) \\ \lambda^{11} &= (3, 0, 2) \\ \lambda^{12} &= (0, -1, -3) \\ \lambda^{13} &= (-1, -3, 0) \\ \lambda^{14} &= (-3, 1, 1) \\ \lambda^{15} &= (1, 4, 3) \\ \lambda^{16} &= (4, 2, -1) \\ \lambda^{17} &= (2, 0, -4) \\ \lambda^{18} &= (0, -1, -2) \end{aligned}$$

Mocniny prvku  $\lambda$  - určujeme, dokud nenajdeme  $5^1 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2, x_3 - x_1, -x_1).$$

$$\begin{aligned} \lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \\ \lambda^2 &= (1, 0, 0) \\ \lambda^3 &= (0, -1, -1) \\ \lambda^4 &= (-1, -1, 0) \\ \lambda^5 &= (-1, 1, 1) \\ \lambda^6 &= (1, 2, 1) \\ \lambda^7 &= (2, 0, -1) \\ \lambda^8 &= (0, -3, -2) \\ \lambda^9 &= (-3, -2, 0) \\ \lambda^{10} &= (-2, 3, 3) \\ \lambda^{11} &= (3, 0, 2) \\ \lambda^{12} &= (0, -1, -3) \\ \lambda^{13} &= (-1, -3, 0) \\ \lambda^{14} &= (-3, 1, 1) \\ \lambda^{15} &= (1, 4, 3) \\ \lambda^{16} &= (4, 2, -1) \\ \lambda^{17} &= (2, 0, -4) \\ \lambda^{18} &= (0, -1, -2) \end{aligned}$$

$\Rightarrow p.d.s. :$

$\{0, 1, 3, 8, 12, 18\}$

Pro vytvoření p.d.s. můžeme použít také mocniny  $\lambda$ , jejichž souřadnice  $(x_1, x_2, x_3)$  splňují rovnici přímky (v projektivním prostoru, jehož prvky jsou prvky z  $GF(5^3)$ ):

$$ax_1 + bx_2 + cx_3 = 0.$$

Pro vytvoření p.d.s. můžeme použít také mocniny  $\lambda$ , jejichž souřadnice  $(x_1, x_2, x_3)$  splňují rovnici přímky (v projektivním prostoru, jehož prvky jsou prvky z  $GF(5^3)$ ):

$$ax_1 + bx_2 + cx_3 = 0.$$

$$x_1 = 0 \Rightarrow$$

$$\{0, 1, 3, 8, 12, 18\}$$

Pro vytvoření p.d.s. můžeme použít také mocniny  $\lambda$ , jejichž souřadnice  $(x_1, x_2, x_3)$  splňují rovnici přímky (v projektivním prostoru, jehož prvky jsou prvky z  $GF(5^3)$ ):

$$ax_1 + bx_2 + cx_3 = 0.$$

$$x_1 = 0 \Rightarrow$$

$$\{0, 1, 3, 8, 12, 18\}$$

$$x_2 = 0 \Rightarrow$$

$$\{0, 2, 7, 11, 17, 30\}$$

Zkouška:

## Zkouška:

Vytvoříme všechny možné rozdíly prvků z p.d.s.  $\{0, 1, 3, 8, 12, 18\}$  .

## Zkouška:

Vytvoříme všechny možné rozdíly prvků z p.d.s.  $\{0, 1, 3, 8, 12, 18\}$  .  
Obdržíme čísla patřící do různých zbytkových tříd modulo  
 $5^2 + 5 + 1 = 31$ :



## Zkouška:

Vytvoříme všechny možné rozdíly prvků z p.d.s.  $\{0, 1, 3, 8, 12, 18\}$  .  
Obdržíme čísla patřící do různých zbytkových tříd modulo  $5^2 + 5 + 1 = 31$ :

| –         | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>3</b> | <b>8</b> | <b>12</b> | <b>18</b> |
|-----------|----------|----------|----------|----------|-----------|-----------|
| <b>0</b>  | 0        | 30       | 28       | 23       | 19        | 13        |
| <b>1</b>  | 1        | 0        | 29       | 24       | 20        | 14        |
| <b>3</b>  | 3        | 2        | 0        | 26       | 22        | 16        |
| <b>8</b>  | 8        | 7        | 5        | 0        | 27        | 21        |
| <b>12</b> | 12       | 11       | 9        | 4        | 0         | 25        |
| <b>18</b> | 18       | 17       | 15       | 10       | 6         | 0         |

Př.:

Př.:

Vytvořte p.d.s. o  $2^2 + 1$  prvcích.

Př.:

Vytvořte p.d.s. o  $2^2 + 1$  prvcích.

Budeme potřebovat primitivní ireducibilní polynom třetího stupně nad  $GF(2^2)$

# Př.:

Vytvořte p.d.s. o  $2^2 + 1$  prvcích.

Budeme potřebovat primitivní ireducibilní polynom třetího stupně nad  $GF(2^2)$

Z tabulek (internet):

$$\alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + (\mathbf{a + 1}),$$

Př.:

Vytvořte p.d.s. o  $2^2 + 1$  prvcích.

Budeme potřebovat primitivní ireducibilní polynom třetího stupně nad  $GF(2^2)$

Z tabulek (internet):

$$\alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + (\mathbf{a} + \mathbf{1}),$$

kde  $a$  je kořenem ireducibilního polynomu  $y^2 + y + 1 \in \mathbb{Z}_2[x]$

Př.:

Vytvořte p.d.s. o  $2^2 + 1$  prvcích.

Budeme potřebovat primitivní ireducibilní polynom třetího stupně nad  $GF(2^2)$

Z tabulek (internet):

$$\alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + (\mathbf{a} + \mathbf{1}),$$

kde  $a$  je kořenem ireducibilního polynomu  $y^2 + y + 1 \in \mathbb{Z}_2[x]$

Př.:

Vytvořte p.d.s. o  $2^2 + 1$  prvcích.

Budeme potřebovat primitivní ireducibilní polynom třetího stupně nad  $GF(2^2)$

Z tabulek (internet):

$$\alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + (\mathbf{a} + \mathbf{1}),$$

kde  $a$  je kořenem ireducibilního polynomu  $y^2 + y + 1 \in \mathbb{Z}_2[x]$

Obvykle značíme  $x^2 + x + 1$



## Př.:

Vytvořte p.d.s. o  $2^2 + 1$  prvcích.

Budeme potřebovat primitivní ireducibilní polynom třetího stupně nad  $GF(2^2)$

Z tabulek (internet):

$$\alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + (\mathbf{a} + \mathbf{1}),$$

kde  $a$  je kořenem ireducibilního polynomu  $y^2 + y + 1 \in \mathbb{Z}_2[x]$

Obvykle značíme  $x^2 + x + 1$

$\Rightarrow$  vytvoříme  $GF(2^2)$  jako  $\mathbb{Z}_2[x]/_{[x^2+x+1]}$

## Př.:

Vytvořte p.d.s. o  $2^2 + 1$  prvcích.

Budeme potřebovat primitivní ireducibilní polynom třetího stupně nad  $GF(2^2)$

Z tabulek (internet):

$$\alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + (\mathbf{a} + \mathbf{1}),$$

kde  $a$  je kořenem ireducibilního polynomu  $y^2 + y + 1 \in \mathbb{Z}_2[x]$

Obvykle značíme  $x^2 + x + 1$

$\Rightarrow$  vytvoříme  $GF(2^2)$  jako  $\mathbb{Z}_2[x]/[x^2+x+1] \Rightarrow a = x$

Př.:

$\Rightarrow$  primitivní ireducibilní polynom třetího stupně nad  $GF(2^2) = \mathbb{Z}_2[x]/[x^2+x+1]$  je polynom:

Př.:

⇒ primitivní ireducibilní polynom třetího stupně nad  $GF(2^2) = \mathbb{Z}_2[x]/[x^2+x+1]$  je polynom:

$$\alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + (\mathbf{x} + \mathbf{1}),$$

**Př.:**

$\Rightarrow$  primitivní ireducibilní polynom třetího stupně nad  $GF(2^2) = \mathbb{Z}_2[x]/[x^2+x+1]$  je polynom:

$$\alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + (\mathbf{x} + \mathbf{1}),$$

Prvky z  $GF(2^{3 \cdot 2})$  potom můžeme chápat jako prvky ve tvaru

$$a\lambda^2 + b\lambda + c,$$

kde  $a, b, c \in GF(2^2) = \mathbb{Z}_2[x]/[x^2+x+1]$  a

**Př.:**

$\Rightarrow$  primitivní ireducibilní polynom třetího stupně nad  $GF(2^2) = \mathbb{Z}_2[x]/[x^2+x+1]$  je polynom:

$$\alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + (\mathbf{x} + \mathbf{1}),$$

Prvky z  $GF(2^{3 \cdot 2})$  potom můžeme chápat jako prvky ve tvaru

$$a\lambda^2 + b\lambda + c,$$

kde  $a, b, c \in GF(2^2) = \mathbb{Z}_2[x]/[x^2+x+1]$  a  $\lambda$  splňuje podmínku

$$\lambda^3 + \lambda^2 + \lambda + (\mathbf{x} + \mathbf{1}) = \mathbf{0} \in \mathbf{GF}(2^{3 \cdot 2})$$

## Násobení a sčítání v $GF(2^2) = \mathbb{Z}_2[x]/[x^2+x+1]$

|              |          |          |          |              |
|--------------|----------|----------|----------|--------------|
| +            | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>x</b> | <b>x + 1</b> |
| <b>0</b>     | 0        | 1        | x        | x + 1        |
| <b>1</b>     | 1        | 0        | x + 1    | x            |
| <b>x</b>     | x        | x + 1    | 0        | 1            |
| <b>x + 1</b> | x + 1    | x        | 1        | 0            |

|              |          |          |          |              |
|--------------|----------|----------|----------|--------------|
| .            | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>x</b> | <b>x + 1</b> |
| <b>0</b>     | 0        | 0        | 0        | 0            |
| <b>1</b>     | 0        | 1        | x        | x + 1        |
| <b>x</b>     | 0        | x        | x + 1    | 1            |
| <b>x + 1</b> | 0        | x + 1    | 1        | x            |

Určíme mocniny prvku  $\lambda \in GF(2^{3 \cdot 2})$ , kde



Určíme mocniny prvku  $\lambda \in GF(2^{3 \cdot 2})$ , kde

$$\lambda^i = x_1 \lambda^2 + x_2 \lambda + x_3$$

Uřídme mocniny prvku  $\lambda \in GF(2^{3 \cdot 2})$ , kde

$$\lambda^i = x_1 \lambda^2 + x_2 \lambda + x_3$$

$$\lambda^{i+1} = \lambda(x_1 \lambda^2 + x_2 \lambda + x_3)$$

Uříme mocniny prvku  $\lambda \in GF(2^{3 \cdot 2})$ , kde

$$\lambda^i = x_1\lambda^2 + x_2\lambda + x_3$$

$$\lambda^{i+1} = \lambda(x_1\lambda^2 + x_2\lambda + x_3)$$

$$\lambda^{i+1} = x_1\lambda^3 + x_2\lambda^2 + x_3\lambda$$

Uřídme mocniny prvku  $\lambda \in GF(2^{3 \cdot 2})$ , kde

$$\lambda^i = x_1\lambda^2 + x_2\lambda + x_3$$

$$\lambda^{i+1} = \lambda(x_1\lambda^2 + x_2\lambda + x_3)$$

$$\lambda^{i+1} = x_1\lambda^3 + x_2\lambda^2 + x_3\lambda - x_1 \underbrace{(\lambda^3 + \lambda^2 + \lambda + (x+1))}_{=0}$$

Uříme mocniny prvku  $\lambda \in GF(2^{3 \cdot 2})$ , kde

$$\lambda^i = x_1\lambda^2 + x_2\lambda + x_3$$

$$\lambda^{i+1} = \lambda(x_1\lambda^2 + x_2\lambda + x_3)$$

$$\lambda^{i+1} = x_1\lambda^3 + x_2\lambda^2 + x_3\lambda - x_1 \underbrace{(\lambda^3 + \lambda^2 + \lambda + (x+1))}_{=0}$$

$$\lambda^{i+1} = (x_2 - x_1)\lambda^2 + (x_3 - x_1)\lambda - x_1(x+1)$$

Uřídíme mocniny prvku  $\lambda \in GF(2^{3 \cdot 2})$ , kde

$$\lambda^i = x_1 \lambda^2 + x_2 \lambda + x_3$$

$$\lambda^{i+1} = \lambda(x_1 \lambda^2 + x_2 \lambda + x_3)$$

$$\lambda^{i+1} = x_1 \lambda^3 + x_2 \lambda^2 + x_3 \lambda - x_1 \underbrace{(\lambda^3 + \lambda^2 + \lambda + (x + 1))}_{=0}$$

$$\lambda^{i+1} = (x_2 - x_1) \lambda^2 + (x_3 - x_1) \lambda - x_1(x + 1)$$

Uřídíme mocniny prvku  $\lambda \in GF(2^{3 \cdot 2})$ , kde

$$\lambda^i = x_1 \lambda^2 + x_2 \lambda + x_3$$

$$\lambda^{i+1} = \lambda(x_1 \lambda^2 + x_2 \lambda + x_3)$$

$$\lambda^{i+1} = x_1 \lambda^3 + x_2 \lambda^2 + x_3 \lambda - x_1 \underbrace{(\lambda^3 + \lambda^2 + \lambda + (x + 1))}_{=0}$$

$$\lambda^{i+1} = (x_2 - x_1) \lambda^2 + (x_3 - x_1) \lambda - x_1(x + 1)$$

Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow$$

Uřídíme mocniny prvku  $\lambda \in GF(2^{3 \cdot 2})$ , kde

$$\lambda^i = x_1 \lambda^2 + x_2 \lambda + x_3$$

$$\lambda^{i+1} = \lambda(x_1 \lambda^2 + x_2 \lambda + x_3)$$

$$\lambda^{i+1} = x_1 \lambda^3 + x_2 \lambda^2 + x_3 \lambda - x_1 \underbrace{(\lambda^3 + \lambda^2 + \lambda + (x + 1))}_{=0}$$

$$\lambda^{i+1} = (x_2 - x_1) \lambda^2 + (x_3 - x_1) \lambda - x_1(x + 1)$$

Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2 - x_1, x_3 - x_1, -x_1(x + 1)).$$



**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $2^2 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2 - x_1, x_3 - x_1, -x_1(x + 1)).$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $2^2 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2 - x_1, x_3 - x_1, -x_1(x + 1)).$$

$$\lambda^0 = (0, 0, 1)$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $2^2 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2 - x_1, x_3 - x_1, -x_1(x + 1)).$$

$$\begin{aligned} \lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \end{aligned}$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $2^2 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2 - x_1, x_3 - x_1, -x_1(x + 1)).$$

$$\begin{aligned}\lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \\ \lambda^2 &= (1, 0, 0)\end{aligned}$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $2^2 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2 - x_1, x_3 - x_1, -x_1(x + 1)).$$

$$\lambda^0 = (0, 0, 1)$$

$$\lambda^1 = (0, 1, 0)$$

$$\lambda^2 = (1, 0, 0)$$

$$\lambda^3 = (1, 1, x + 1)$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $2^2 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2 - x_1, x_3 - x_1, -x_1(x + 1)).$$

$$\begin{aligned}\lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \\ \lambda^2 &= (1, 0, 0) \\ \lambda^3 &= (1, 1, x+1) \\ \lambda^4 &= (0, x, x+1)\end{aligned}$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $2^2 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2 - x_1, x_3 - x_1, -x_1(x + 1)).$$

$$\begin{aligned}\lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \\ \lambda^2 &= (1, 0, 0) \\ \lambda^3 &= (1, 1, x+1) \\ \lambda^4 &= (0, x, x+1) \\ \lambda^5 &= (x, x+1, 0)\end{aligned}$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $2^2 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2 - x_1, x_3 - x_1, -x_1(x + 1)).$$

$$\begin{aligned}\lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \\ \lambda^2 &= (1, 0, 0) \\ \lambda^3 &= (1, 1, x+1) \\ \lambda^4 &= (0, x, x+1) \\ \lambda^5 &= (x, x+1, 0) \\ \lambda^6 &= (1, x, 1)\end{aligned}$$



**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $2^2 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2 - x_1, x_3 - x_1, -x_1(x + 1)).$$

$$\begin{aligned}\lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \\ \lambda^2 &= (1, 0, 0) \\ \lambda^3 &= (1, 1, x+1) \\ \lambda^4 &= (0, x, x+1) \\ \lambda^5 &= (x, x+1, 0) \\ \lambda^6 &= (1, x, 1) \\ \lambda^7 &= (x+1, 0, x+1)\end{aligned}$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $2^2 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2 - x_1, x_3 - x_1, -x_1(x + 1)).$$

$$\begin{aligned}\lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \\ \lambda^2 &= (1, 0, 0) \\ \lambda^3 &= (1, 1, x+1) \\ \lambda^4 &= (0, x, x+1) \\ \lambda^5 &= (x, x+1, 0) \\ \lambda^6 &= (1, x, 1) \\ \lambda^7 &= (x+1, 0, x+1) \\ \lambda^8 &= (x+1, 0, x)\end{aligned}$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $2^2 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2 - x_1, x_3 - x_1, -x_1(x + 1)).$$

$$\begin{aligned}\lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \\ \lambda^2 &= (1, 0, 0) \\ \lambda^3 &= (1, 1, x+1) \\ \lambda^4 &= (0, x, x+1) \\ \lambda^5 &= (x, x+1, 0) \\ \lambda^6 &= (1, x, 1) \\ \lambda^7 &= (x+1, 0, x+1) \\ \lambda^8 &= (x+1, 0, x) \\ \lambda^9 &= (x+1, 1, x)\end{aligned}$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $2^2 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2 - x_1, x_3 - x_1, -x_1(x + 1)).$$

$$\lambda^0 = (0, 0, 1)$$

$$\lambda^1 = (0, 1, 0)$$

$$\lambda^2 = (1, 0, 0)$$

$$\lambda^3 = (1, 1, x+1)$$

$$\lambda^4 = (0, x, x+1)$$

$$\lambda^5 = (x, x+1, 0)$$

$$\lambda^6 = (1, x, 1)$$

$$\lambda^7 = (x+1, 0, x+1)$$

$$\lambda^8 = (x+1, 0, x)$$

$$\lambda^9 = (x+1, 1, x)$$

$$\lambda^{10} = (x, 1, x)$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $2^2 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2 - x_1, x_3 - x_1, -x_1(x + 1)).$$

$$\lambda^0 = (0, 0, 1)$$

$$\lambda^1 = (0, 1, 0)$$

$$\lambda^2 = (1, 0, 0)$$

$$\lambda^3 = (1, 1, x+1)$$

$$\lambda^4 = (0, x, x+1)$$

$$\lambda^5 = (x, x+1, 0)$$

$$\lambda^6 = (1, x, 1)$$

$$\lambda^7 = (x+1, 0, x+1)$$

$$\lambda^8 = (x+1, 0, x)$$

$$\lambda^9 = (x+1, 1, x)$$

$$\lambda^{10} = (x, 1, x)$$

$$\lambda^{11} = (x+1, 0, 1)$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $2^2 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2 - x_1, x_3 - x_1, -x_1(x + 1)).$$

$$\begin{aligned} \lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \\ \lambda^2 &= (1, 0, 0) \\ \lambda^3 &= (1, 1, x+1) \\ \lambda^4 &= (0, x, x+1) \\ \lambda^5 &= (x, x+1, 0) \\ \lambda^6 &= (1, x, 1) \\ \lambda^7 &= (x+1, 0, x+1) \\ \lambda^8 &= (x+1, 0, x) \\ \lambda^9 &= (x+1, 1, x) \\ \lambda^{10} &= (x, 1, x) \\ \lambda^{11} &= (x+1, 0, 1) \\ \lambda^{12} &= (x+1, x, x) \end{aligned}$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $2^2 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2 - x_1, x_3 - x_1, -x_1(x + 1)).$$

$$\begin{aligned} \lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \\ \lambda^2 &= (1, 0, 0) \\ \lambda^3 &= (1, 1, x+1) \\ \lambda^4 &= (0, x, x+1) \\ \lambda^5 &= (x, x+1, 0) \\ \lambda^6 &= (1, x, 1) \\ \lambda^7 &= (x+1, 0, x+1) \\ \lambda^8 &= (x+1, 0, x) \\ \lambda^9 &= (x+1, 1, x) \\ \lambda^{10} &= (x, 1, x) \\ \lambda^{11} &= (x+1, 0, 1) \\ \lambda^{12} &= (x+1, x, x) \\ \lambda^{13} &= (1, 1, x) \end{aligned}$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $2^2 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2 - x_1, x_3 - x_1, -x_1(x + 1)).$$

$$\lambda^0 = (0, 0, 1)$$

$$\lambda^1 = (0, 1, 0)$$

$$\lambda^2 = (1, 0, 0)$$

$$\lambda^3 = (1, 1, x+1)$$

$$\lambda^4 = (0, x, x+1)$$

$$\lambda^5 = (x, x+1, 0)$$

$$\lambda^6 = (1, x, 1)$$

$$\lambda^7 = (x+1, 0, x+1)$$

$$\lambda^8 = (x+1, 0, x)$$

$$\lambda^9 = (x+1, 1, x)$$

$$\lambda^{10} = (x, 1, x)$$

$$\lambda^{11} = (x+1, 0, 1)$$

$$\lambda^{12} = (x+1, x, x)$$

$$\lambda^{13} = (1, 1, x)$$

$$\lambda^{14} = (0, x+1, x+1)$$



**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $2^2 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2 - x_1, x_3 - x_1, -x_1(x + 1)).$$

$$\begin{aligned} \lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \\ \lambda^2 &= (1, 0, 0) \\ \lambda^3 &= (1, 1, x+1) \\ \lambda^4 &= (0, x, x+1) \\ \lambda^5 &= (x, x+1, 0) \\ \lambda^6 &= (1, x, 1) \\ \lambda^7 &= (x+1, 0, x+1) \\ \lambda^8 &= (x+1, 0, x) \\ \lambda^9 &= (x+1, 1, x) \\ \lambda^{10} &= (x, 1, x) \\ \lambda^{11} &= (x+1, 0, 1) \\ \lambda^{12} &= (x+1, x, x) \\ \lambda^{13} &= (1, 1, x) \\ \lambda^{14} &= (0, x+1, x+1) \\ \lambda^{15} &= (x+1, x+1, 0) \end{aligned}$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $2^2 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2 - x_1, x_3 - x_1, -x_1(x + 1)).$$

$$\begin{aligned} \lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \\ \lambda^2 &= (1, 0, 0) \\ \lambda^3 &= (1, 1, x+1) \\ \lambda^4 &= (0, x, x+1) \\ \lambda^5 &= (x, x+1, 0) \\ \lambda^6 &= (1, x, 1) \\ \lambda^7 &= (x+1, 0, x+1) \\ \lambda^8 &= (x+1, 0, x) \\ \lambda^9 &= (x+1, 1, x) \\ \lambda^{10} &= (x, 1, x) \\ \lambda^{11} &= (x+1, 0, 1) \\ \lambda^{12} &= (x+1, x, x) \\ \lambda^{13} &= (1, 1, x) \\ \lambda^{14} &= (0, x+1, x+1) \\ \lambda^{15} &= (x+1, x+1, 0) \\ \lambda^{16} &= (0, x+1, x) \end{aligned}$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $2^2 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2 - x_1, x_3 - x_1, -x_1(x + 1)).$$

$$\begin{aligned} \lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \\ \lambda^2 &= (1, 0, 0) \\ \lambda^3 &= (1, 1, x+1) \\ \lambda^4 &= (0, x, x+1) \\ \lambda^5 &= (x, x+1, 0) \\ \lambda^6 &= (1, x, 1) \\ \lambda^7 &= (x+1, 0, x+1) \\ \lambda^8 &= (x+1, 0, x) \\ \lambda^9 &= (x+1, 1, x) \\ \lambda^{10} &= (x, 1, x) \\ \lambda^{11} &= (x+1, 0, 1) \\ \lambda^{12} &= (x+1, x, x) \\ \lambda^{13} &= (1, 1, x) \\ \lambda^{14} &= (0, x+1, x+1) \\ \lambda^{15} &= (x+1, x+1, 0) \\ \lambda^{16} &= (0, x+1, x) \end{aligned}$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $2^2 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2 - x_1, x_3 - x_1, -x_1(x + 1)).$$

$$\lambda^0 = (0, 0, 1)$$

$$\lambda^1 = (0, 1, 0)$$

$$\lambda^2 = (1, 0, 0)$$

$$\lambda^3 = (1, 1, x+1)$$

$$\lambda^4 = (0, x, x+1)$$

$$\lambda^5 = (x, x+1, 0)$$

$$\lambda^6 = (1, x, 1)$$

$$\lambda^7 = (x+1, 0, x+1)$$

$$\lambda^8 = (x+1, 0, x)$$

$$\lambda^9 = (x+1, 1, x)$$

$$\lambda^{10} = (x, 1, x)$$

$$\lambda^{11} = (x+1, 0, 1)$$

$$\lambda^{12} = (x+1, x, x)$$

$$\lambda^{13} = (1, 1, x)$$

$$\lambda^{14} = (0, x+1, x+1)$$

$$\lambda^{15} = (x+1, x+1, 0)$$

$$\lambda^{16} = (0, x+1, x)$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $2^2 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2 - x_1, x_3 - x_1, -x_1(x + 1)).$$

$$\begin{aligned} \lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \\ \lambda^2 &= (1, 0, 0) \\ \lambda^3 &= (1, 1, x+1) \\ \lambda^4 &= (0, x, x+1) \\ \lambda^5 &= (x, x+1, 0) \\ \lambda^6 &= (1, x, 1) \\ \lambda^7 &= (x+1, 0, x+1) \\ \lambda^8 &= (x+1, 0, x) \\ \lambda^9 &= (x+1, 1, x) \\ \lambda^{10} &= (x, 1, x) \\ \lambda^{11} &= (x+1, 0, 1) \\ \lambda^{12} &= (x+1, x, x) \\ \lambda^{13} &= (1, 1, x) \\ \lambda^{14} &= (0, x+1, x+1) \\ \lambda^{15} &= (x+1, x+1, 0) \\ \lambda^{16} &= (0, x+1, x) \end{aligned}$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $2^2 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2 - x_1, x_3 - x_1, -x_1(x + 1)).$$

$$\lambda^0 = (0, 0, 1)$$

$$\lambda^1 = (0, 1, 0)$$

$$\lambda^2 = (1, 0, 0)$$

$$\lambda^3 = (1, 1, x+1)$$

$$\lambda^4 = (0, x, x+1)$$

$$\lambda^5 = (x, x+1, 0)$$

$$\lambda^6 = (1, x, 1)$$

$$\lambda^7 = (x+1, 0, x+1)$$

$$\lambda^8 = (x+1, 0, x)$$

$$\lambda^9 = (x+1, 1, x)$$

$$\lambda^{10} = (x, 1, x)$$

$$\lambda^{11} = (x+1, 0, 1)$$

$$\lambda^{12} = (x+1, x, x)$$

$$\lambda^{13} = (1, 1, x)$$

$$\lambda^{14} = (0, x+1, x+1)$$

$$\lambda^{15} = (x+1, x+1, 0)$$

$$\lambda^{16} = (0, x+1, x)$$

**Mocniny prvku  $\lambda$**  - určujeme, dokud nenajdeme  $2^2 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2 - x_1, x_3 - x_1, -x_1(x + 1)).$$

$$\lambda^0 = (0, 0, 1)$$

$$\lambda^1 = (0, 1, 0)$$

$$\lambda^2 = (1, 0, 0)$$

$$\lambda^3 = (1, 1, x+1)$$

$$\lambda^4 = (0, x, x+1)$$

$$\lambda^5 = (x, x+1, 0)$$

$$\lambda^6 = (1, x, 1)$$

$$\lambda^7 = (x+1, 0, x+1)$$

$$\lambda^8 = (x+1, 0, x)$$

$$\lambda^9 = (x+1, 1, x)$$

$$\lambda^{10} = (x, 1, x)$$

$$\lambda^{11} = (x+1, 0, 1)$$

$$\lambda^{12} = (x+1, x, x)$$

$$\lambda^{13} = (1, 1, x)$$

$$\lambda^{14} = (0, x+1, x+1)$$

$$\lambda^{15} = (x+1, x+1, 0)$$

$$\lambda^{16} = (0, x+1, x)$$

Mocniny prvku  $\lambda$  - určujeme, dokud nenajdeme  $2^2 + 1$  mocnin, jejichž první souřadnice je rovna nule. Souřadnicový zápis:

$$\lambda^i = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow \lambda^{i+1} = (x_2 - x_1, x_3 - x_1, -x_1(x + 1)).$$

$$\begin{aligned} \lambda^0 &= (0, 0, 1) \\ \lambda^1 &= (0, 1, 0) \\ \lambda^2 &= (1, 0, 0) \\ \lambda^3 &= (1, 1, x+1) \\ \lambda^4 &= (0, x, x+1) \\ \lambda^5 &= (x, x+1, 0) \\ \lambda^6 &= (1, x, 1) \\ \lambda^7 &= (x+1, 0, x+1) \\ \lambda^8 &= (x+1, 0, x) \\ \lambda^9 &= (x+1, 1, x) \\ \lambda^{10} &= (x, 1, x) \\ \lambda^{11} &= (x+1, 0, 1) \\ \lambda^{12} &= (x+1, x, x) \\ \lambda^{13} &= (1, 1, x) \\ \lambda^{14} &= (0, x+1, x+1) \\ \lambda^{15} &= (x+1, x+1, 0) \\ \lambda^{16} &= (0, x+1, x) \end{aligned}$$

$\Rightarrow p.d.s. :$

$\{0, 1, 4, 14, 16\}$



Pro vytvoření p.d.s. můžeme použít také mocniny  $\lambda$ , jejichž souřadnice  $(x_1, x_2, x_3)$  splňují rovnici přímky (v projektivním prostoru, jehož prvky jsou prvky z  $GF(5^3)$ ):

$$ax_1 + bx_2 + cx_3 = 0.$$

Pro vytvoření p.d.s. můžeme použít také mocniny  $\lambda$ , jejichž souřadnice  $(x_1, x_2, x_3)$  splňují rovnici přímky (v projektivním prostoru, jehož prvky jsou prvky z  $GF(5^3)$ ):

$$ax_1 + bx_2 + cx_3 = 0.$$

$$x_1 = 0 \Rightarrow$$

$$\{0, 1, 4, 14, 16\}$$

Pro vytvoření p.d.s. můžeme použít také mocniny  $\lambda$ , jejichž souřadnice  $(x_1, x_2, x_3)$  splňují rovnici přímky (v projektivním prostoru, jehož prvky jsou prvky z  $GF(5^3)$ ):

$$ax_1 + bx_2 + cx_3 = 0.$$

$$x_1 = 0 \Rightarrow$$

$$\{0, 1, 4, 14, 16\}$$

$$x_2 = 0 \Rightarrow$$

$$\{0, 2, 7, 8, 11\}$$